

OTIMIZAÇÃO DE MÚLTIPLAS RESPOSTAS BASEADA NO ERRO QUADRÁTICO MÉDIO MULTIVARIADO

Emerson José de Paiva (UNIFEI)

emersonjpaiva@gmail.com

Anderson Paulo de Paiva (UNIFEI)

andersonppaiva@yahoo.com.br

João Roberto Ferreira (UNIFEI)

jorofe@unifei.edu.br

Pedro Paulo Balestrassi (UNIFEI)

pedro_brazil@me.utexas.edu



A otimização de processos de manufatura com múltiplas respostas é uma prática que precisa se tornar mais acessível aos gestores. Além disso, as estruturas de correlação (variância-covariância) existente entre as respostas são desconhecidos e geralmente negligenciadas pelos métodos de otimização tradicionais, conduzindo, na maioria das vezes, a ótimos inadequados. Para tratar destas particularidades, este trabalho apresenta um método de otimização multiobjetivo, desenvolvido para estudar as múltiplas características do torneamento do aço endurecido AISI 52100, baseado no conceito do Erro Quadrático Médio Multivariado. Este conceito é desenvolvido combinando a Análise de Componentes Principais (ACP) com a Metodologia de Superfície de Respostas (MSR), com foco em problemas multidimensionais do tipo NTB (Nominal-the-best). Como variáveis do processo, foram selecionadas a velocidade de corte (V), o avanço (f) e a profundidade de corte (d). Os valores ótimos obtidos foram $V=218$ m/min, $f=0,086$ mm/rev e $d=0,3424$ mm. Rodadas experimentais sob as condições ótimas obtidas foram realizadas para confirmar os resultados teóricos, apontando para uma boa adequação do método proposto.

Palavras-chaves: Otimização, ACP, MSR, EQMM, múltiplas respostas

1. Introdução

A maioria das organizações, em especial, aquelas cuja produção está voltada para a manufatura, sente a complexidade do grande número de variáveis envolvida em seus processos. Além disso, a estrutura de variância-covariância, porventura existente entre essas variáveis, aumenta substancialmente essa complexidade. O equacionamento dessas variáveis, levando em consideração os seus relacionamentos, a fim de se buscar soluções adequadas, porém, não triviais, acabam por criar barreiras aos gestores, que devem estar aptos a absorver essa complexidade, inferir sobre ela e obter essas soluções. O resultado, quase sempre, reflete uma tomada de decisão inadequada e o conseqüente comprometimento dos níveis de eficiência organizacionais.

A questão, portanto, é como compor um algoritmo matemático capaz de absorver toda essa complexidade? A resposta está na aplicação das diversas abordagens existentes no âmbito dos métodos de otimização, para tratamento destes relacionamentos. Mais especificamente, a utilização combinada do Projeto e Análise de Experimentos (DOE – do inglês *Design of Experiments*) – para criar os modelos matemáticos dos processos; a Metodologia de Superfície de Resposta (MSR) – para modelar as funções de aproximação de pontos de ótimo, geralmente encontrados em regiões dotadas de curvatura, de acordo com sua convexidade; e o conceito de Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM) – para buscar a minimização das distâncias entre as respostas e seus respectivos alvos e variâncias. Este último, envolve a combinação da Análise de Componentes Principais (ACP) e a Metodologia de Superfície de Resposta em problemas multivariados do tipo NTB (Nominal-the-best).

Baseado nessas ferramentas, este trabalho apresenta a otimização multiobjetivo de múltiplas características correlacionadas do processo de torneamento do aço endurecido AISI 52100, segundo o método proposto por Paiva (2008).

2. Otimização simultânea de média e variância

Como é comum na maioria dos processos de manufatura, dois objetivos básicos devem ser alcançados para atingir um certo nível de melhoria: a minimização da distância entre uma determinada resposta em relação a seu alvo (T) e a minimização de sua variância. Segundo Vining e Myers (1990), para se alcançar esses objetivos, geralmente se utiliza a Metodologia de Superfície Dual, como forma de se atingir os alvos propostos para cada característica de qualidade envolvida, baseado numa superfície de resposta para a média (ω_μ) e outra para a variância (ω_σ). Essas funções podem ser escritas como um polinômio de segunda ordem completada pelo algoritmo dos Mínimos Quadrados Ordinários. Segundo Vining e Myers (1990) e Lin e Tu (1995), essas funções podem ser combinadas, através da minimização do Erro Quadrático Médio (EQM), como critério de otimização simultânea de média e variância, conforme demonstra a Eq.(1).

$$EQM = (\hat{\omega}_\mu - T)^2 + \hat{\omega}_\sigma^2 \quad (1)$$

Köksoy (2007) e Köksoy e Yalcinoz (2006) propuseram duas estratégias para a otimização de múltiplas respostas: a) a aglutinação das equações do Erro Quadrático Médio de cada resposta através da sua soma ponderada; ou b), a escolha da equação do Erro Quadrático Médio da resposta de maior importância como função objetivo, atribuindo às demais o caráter de

restrições. Segundo Paiva (2008), a otimização de múltiplas repostas pode ser obtido através da aplicação do Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM).

3. Otimização baseada no Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM)

O EQMM é uma adaptação ao EQM, capaz de considerar adequadamente a estrutura de correlação existente entre as repostas de interesse. A partir de combinações entre a MSR e a ACP, chega-se a uma superfície de resposta ajustada para os escores dos componentes principais, sobre os quais se aplica, então, o EQMM.

3.1. Metodologia de Superfície de Resposta (MSR)

De acordo com Montgomery (2001), a Metodologia de Superfície de Resposta (MSR) é uma coleção de ferramentas matemáticas e estatísticas utilizadas para modelar e analisar problemas para os quais desejamos repostas, que são influenciadas por inúmeras variáveis. Geralmente, o relacionamento entre as variáveis dependentes e independentes são desconhecidas. Procura-se encontrar uma razoável aproximação do relacionamento real entre as repostas (y) e o conjunto de variáveis independentes (x). Usualmente, um polinômio de baixa ordem para qualquer região de interesse é empregado. Entretanto, se existir curvatura no sistema, então a função de aproximação mais usada é um polinômio de ordem superior, como o modelo de segunda ordem apresentado pela Eq. (2).

$$\hat{\sigma} = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (2)$$

Onde β é o coeficiente polinomial, K é o número de fatores e ε é o erro.

Montgomery (2001) considera improvável que um modelo polinomial aproxime de um modelo real para todo o espaço experimental coberto para as variáveis independentes. Para uma região específica, entretanto, a aproximação tem se mostrado eficiente. O método dos mínimos quadrados ordinários (Ordinary least squares – OLS) é usado para estimar os parâmetros (β) que, em forma matricial, podem ser representados como:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (2)$$

onde X é a matriz de fatores codificados e Y é a resposta.

3.2. Análise de Componentes Principais (ACP)

A Análise de Componentes Principais, ou simplesmente ACP, é uma técnica estatística multivariada criada por Hotelling (1933) e que se dedica à explicação da estrutura de variância-covariância existente em um conjunto de dados, utilizando-se combinações lineares das variáveis originais. Segundo Johnson e Wichern (2002) e Rencher (2002), seus objetivos principais são: (1) a redução de dimensionalidade, e (2) a interpretação de dados.

Embora p componentes sejam necessários para se reproduzir a variabilidade total de um sistema de interesse, geralmente, a maior parte desta variabilidade pode ser representada por um pequeno número k de componentes principais. Isto quer dizer que existe quase tanta informação em k componentes principais que nas p variáveis originais. A idéia geral da ACP é, portanto, que k componentes principais podem substituir, sem perda considerável de informação, as p variáveis originais. O conjunto original de dados, consistindo de n medições

das p variáveis, é reduzido para um conjunto posterior formado por n medições de k componentes principais.

Os componentes principais dependem somente da matriz de variância-covariância Σ ou da matriz de correlação ρ das variáveis X_1, X_2, \dots, X_p e seu desenvolvimento não requer o pressuposto de normalidade multivariada. Por outro lado, os componentes principais derivados de uma população normal multivariada conduzem a interpretações úteis em termos de elipsóides de densidade constante. Adicionalmente, inferências podem ser feitas a partir de componentes amostrais quando a população é multivariada normal.

Seja o vetor aleatório $X^T = [X_1, X_2, \dots, X_p]$, cuja matriz de variância-covariância Σ possua autovalores $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p \geq 0$.

O primeiro componente principal (PC_1), segundo a definição de Johnson e Wichern (2002), é a combinação linear que possuir a máxima variância, isto é, aquela combinação que maximizar a variância. Genericamente, o i -ésimo componente principal será a combinação linear $\ell_i^T X$ que resultar das Eq. (3), (4) e (5) a seguir:

$$\text{Maximizar } \text{Var}(\ell_i^T X) \quad (3)$$

$$\text{Sujeito a: } \ell_i^T \ell_i = 1 \quad (4)$$

$$\text{Cov}(\ell_i^T X, \ell_k^T X) = 0 \quad \text{para } k < i \quad (5)$$

Um conjunto de variáveis originais pode ser substituído por combinações lineares na forma de “scores” do componente principal. Desta maneira, assumindo-se x_{pn} como sendo uma observação aleatória, \bar{x}_p a p -ésima resposta média, $\sqrt{s_{pp}}$ o desvio padrão, p a resposta e $[E]$ como sendo os autovetores do conjunto multivariado, tem-se como resultado:

$$PC_{score} = [Z][E] \quad (6)$$

Os métodos mais utilizados para estimarem-se o número de componentes principais significantes são aqueles baseados nos critérios de Kaiser (JOHNSON E WICHERN, 2002). De acordo com esses critérios, o autovalor do componente principal deve ser maior que um para representar o conjunto original. Além disso, a variância acumulada explicada deve ser superior a 80%.

3.3. Erro Quadrático Médio Multivariado

A otimização baseada no EQM é representada pela Eq. (1). Entretanto, para adequação à proposta do EQMM, e para o tratamento de um único componente principal, essa equação deve ser modificada, conforme demonstra a Eq. (7).

$$\text{Minimizar } EQMM_{PC} = (PC_i - T_{PC_i})^2 + \lambda_{PC_i} \quad (7)$$

$$\text{sujeito a: } x^T x \leq \rho^2 \quad (8)$$

Onde, PC_i é o arranjo experimental em termos de componentes principais, λ_{PC_i} é o autovalor do i -ésimo componente principal e $x^T x \leq \rho^2$ é a restrição do espaço experimental para regiões esféricas (no caso de se utilizar um CCD). Finalmente, para otimização simultânea de

média e variância de mais de um componente principal, uma nova modificação deve ser realizada na Eq. (7), resultando na Eq. (9).

$$\text{Minimizar} \left[\prod_{i=1}^n (EQMM_{PC_i} | \lambda_i \geq 1) \right]^{\frac{1}{n}} \quad (9)$$

$$\text{sujeito a : } x^T x \leq \rho^2 \quad (10)$$

Onde n é o número de funções EQMM consideradas de acordo com os componentes principais significativos. De acordo com Jonhson e Wichern (2002), apenas os componentes principais com autovalores maiores ou iguais a um (1) é que devem ser mantidos para posterior análise.

4. Procedimento Experimental

Para avaliar o desempenho do método EQMM, a abordagem proposta foi aplicada em um processo de torneamento do aço endurecido AISI 52100. Para obter os dados necessários à consecução da proposta, adotou-se um procedimento experimental para o processo de usinagem por torneamento, utilizando-se um torno CNC com 5.5KW de potência e insertos de cerâmica mista (Al₂O₃ + TiC), classe Sandvik Coromant CC6050, recoberta por TiN em finíssima camada e geometria ISO CNGA 120408 S01525. Utilizou-se um suporte com geometria negativa ISO, código DCLNL 1616H12 e ângulo de entrada $\chi_r = 95^\circ$. Os corpos de prova utilizados na condução do procedimento experimental foram usinados adotando-se os parâmetros de catálogo, conforme descritos pela Tabela 1.

Parâmetro	Símbolo	Unidade	Níveis (Codificados)				
			-1,633	-1	0	+1	+1,633
Velocidade de Corte	V	m/min	187,34	200	220	240	252,66
Avanço	f	mm/rev	0,0342	0,050	0,075	0,100	0,1158
Profundidade de Corte	d	mm	0,1025	0,150	0,225	0,300	0,3475

Tabela 1 – Parâmetros de usinagem do aço AISI 52100

Um conjunto de rodadas experimentais foi estabelecido utilizando-se um CCD, construído a partir dos parâmetros demonstrados na Tabela 2. Desse conjunto, as respostas vida da ferramenta (T), rugosidade (R_a) e tempo de corte (C_t) foram observadas. As demais respostas foram calculadas segundo as equações descritas em Paiva *et al.* (2007), e são elas: custo total (K_p), tempo total de usinagem (T_t) e taxa de remoção de material (MRR).

Nº.	B	V	f	d	T	C_t	T_t	K_p	MRR	R_a	PC_1	PC_2
1	1	200	0,05	0,15	16,75	7,70	8,82	17,59	1,50	0,33	4,27	-0,59
2	1	240	0,05	0,15	11,50	6,41	7,63	17,26	1,80	0,28	3,01	0,24
3	1	200	0,1	0,15	9,85	3,85	4,90	11,49	3,00	0,70	-0,22	-1,79
4	1	240	0,1	0,15	8,50	3,21	4,24	10,45	3,60	0,57	-0,74	-0,73
5	1	200	0,05	0,3	11,50	3,85	4,84	10,71	3,00	0,25	0,70	1,10
6	1	240	0,05	0,3	7,45	3,21	4,30	11,20	3,60	0,42	-0,50	0,25
7	1	200	0,1	0,3	8,20	1,92	2,82	6,74	6,00	0,57	-2,50	-0,41
8	1	240	0,1	0,3	6,25	1,60	2,52	6,62	7,20	0,61	-3,31	-0,55
9	1	220	0,075	0,225	8,60	3,11	4,13	10,10	3,71	0,36	-0,48	0,63

10	1	220	0,075	0,225	6,80	3,10	4,23	11,44	3,71	0,42	-0,63	0,29
11	2	187,34	0,075	0,225	10,10	3,65	4,67	10,82	3,16	0,34	0,23	0,58
12	2	252,66	0,075	0,225	7,60	2,71	3,72	9,49	4,26	0,45	-1,18	0,18
13	2	220	0,0342	0,225	17,50	6,82	7,87	15,45	1,69	0,32	3,64	-0,36
14	2	220	0,1158	0,225	7,20	2,01	2,95	7,49	5,73	0,72	-2,70	-1,41
15	2	220	0,075	0,1025	12,00	6,82	8,05	17,96	1,69	0,36	3,24	-0,40
16	2	220	0,075	0,3475	6,70	2,01	2,97	7,78	5,73	0,31	-1,97	1,30
17	2	220	0,075	0,225	7,20	3,09	4,20	11,09	3,71	0,37	-0,54	0,61
18	2	220	0,075	0,225	9,10	3,11	4,11	9,82	3,71	0,29	-0,33	1,07
Média:					9,600	3,788	4,832	11,306	3,711	0,425	0,000	0,000
Desvio Padrão:					3,244	1,861	1,931	3,553	1,607	0,145	2,213	0,848
Alvo (ζ_{PC_i}):					6,500	1,600	2,600	7,300	6,300	0,400	2,560 ⁽¹⁾	0,786
Z:					0,956	1,175	1,156	-1,127	1,611	0,172	-	-

⁽¹⁾ – obtido pela aplicação da Eq.(7)

Tabela 2 – Experimento de confirmação: parâmetros de usinagem e respostas para CCD

O tempo de corte (C_t), também chamado de tempo de máquina, é o tempo despendido pela ferramenta no modo de avanço ou no corte e remoção do cavaco. Matematicamente, e de acordo com Cauchick-Miguel e Coppini (1996), esta variável pode ser descrita em torneamento cilíndrico como:

$$C_t = \frac{l_f \pi D_m}{1000 f V_c} \quad (11)$$

Onde l_f é o comprimento da peça, D_m é o diâmetro médio da peça trabalhada, f é a taxa de avanço e V_c é a velocidade de corte adotada. O ciclo total de torneamento (T_t), em minutos, e segundo Cauchick-Miguel e Coppini (1996), pode ser determinado de acordo com a Eq. (12).

$$T_t = \left(1 + \frac{t_{ft}}{T}\right) \left(\frac{l_f \cdot \pi \cdot d}{1000 \cdot f \cdot V_c}\right) + \left(t_s + t_a + \frac{t_p}{Z} - \frac{l}{Z} \cdot t_{ft}\right) \quad (12)$$

Os mesmos autores definem que o custo total do processo de torneamento (K_p), considerando insertos intercambiáveis, pode ser descrito segundo a Eq. (13).

$$K_p = \left(\frac{T_t}{60} - \frac{l}{Z}\right) \cdot (S_h + S_m) + \frac{C_t}{60} (S_h + S_m) + \frac{C_t}{T} \left[\left(\frac{V_{si}}{N_{fp}} + \frac{K_{pi}}{N_s}\right) + t_{ft} (S_h + S_m) \right] \quad (13)$$

Os símbolos utilizados nas Eqs. (11), (12) e (13) e respectivos valores adotados neste estudo estão devidamente demonstrados na Tabela 3.

Parâmetro	Símbolo	Valor
Tamanho do lote (un)	Z	1.000
Tempo secundário (min)	t_s	0,5
Tempo de aproximação e afastamento da ferramenta (min)	t_a	0,1
Tempo de preparo da máquina (min)	t_p	60

Tempo de troca de inserto (min)	t_{ft}	1
Custo máquina + operador (US\$)	$S_m + S_h$	80
Custo do porta-ferramenta (US\$)	V_{si}	200
Vida média do porta-ferramenta (número de arestas)	N_{fp}	1.000
Custo do inserto (US\$)	K_{pi}	50
Número de arestas de corte no inserto	N_s	4
Extensão do avanço	l_f	50
Diâmetro inicial (mm)	D	49
Diâmetro final (mm)	d	46
Diâmetro médio (mm)	D_m	47,5

Tabela 3 – parâmetros, símbolos e valores adotados

A Tabela 4 apresenta o modelo quadrático completo para cada uma das respostas de interesse, em relação à média.

Com base nesses modelos quadráticos completos, foram armazenados os resíduos e implementados todos os passos descritos por Plante (2001) e Köksalan e Plante (2003) para derivação da equação de variância, resultando no modelo quadrático completo para cada resposta em relação à variância, conforme a Tabela 5.

Segundo Paiva (2008), inicialmente, verifica-se a presença de correlação entre as respostas. Objetivando certificar-se da existência dessa correlação, e como requisito para a implementação do método EQMM, realizou-se uma análise de correlação sobre a superfície de respostas, conforme demonstra a Figura 1.

	T	C_t	T_t	K_p	MRR	R_a
<i>Constante</i>	7,9678	3,1160	4,1802	10,6218	3,7098	0,3563
V_c	-1,2512	-0,3319	-0,3181	-0,2379	0,3372	0,0165
f_n	-2,3415	-1,3834	-1,4358	-2,5844	1,2373	0,1360
a_p	-1,6391	-1,3834	-1,4554	-2,8608	1,2373	-0,0084
V_c^2	0,2345	-0,0065	-0,0231	-0,1961	0,0006	0,0228
f_n^2	1,5470	0,4567	0,4325	0,2970	0,0006	0,0697
a_p^2	0,4220	0,4567	0,4700	0,8220	0,0006	0,0003
$V_c \times f_n$	0,7500	0,1213	0,0963	-0,1650	0,1125	-0,0263
$V_c \times a_p$	0,0750	0,1213	0,1263	0,2175	0,1125	0,0500
$f_n \times a_p$	0,6750	0,4388	0,4388	0,5450	0,4125	-0,0175

Tabela 4 – AISI 52100: modelo quadrático completo para cada resposta em relação à média

	T	C_t	T_t	K_p	MRR	R_a
<i>Constante</i>	0,9422	0,0181	0,0516	0,6591	-0,0031	0,0372
V_c	0,0913	0,0149	0,0055	-0,0249	0,0002	-0,0098
f_n	-0,1373	-0,0353	-0,0281	0,0249	0,0001	0,0083
a_p	0,0350	-0,0353	-0,0399	-0,0249	0,0001	0,0031
V_c^2	-0,0945	0,0133	0,0000	-0,1584	0,0091	-0,0041
f_n^2	0,1054	0,0376	0,0146	-0,1719	0,0091	-0,0064
a_p^2	-0,2956	0,0376	0,0326	-0,1052	0,0091	-0,0064
$V_c \times f_n$	-0,2764	-0,0339	-0,0272	-0,0139	0,0002	-0,0042

$V_c \times a_p$	-0,1776	-0,0339	-0,0272	0,0865	0,0002	-0,0042
$f_n \times a_p$	0,0365	0,0339	0,0314	-0,0718	0,0003	0,0042

Tabela 5 – AISI 52100: modelo quadrático completo para cada resposta em relação à variância

Correlations: T; Ct; Tt; Kp; MRR; Ra					
	T	Ct	Tt	Kp	MRR
Ct	0,899 0,000				
Tt	0,885 0,000	0,999 0,000			
Kp	0,776 0,000	0,971 0,000	0,979 0,000		
MRR	-0,772 0,000	-0,894 0,000	-0,900 0,000	-0,917 0,000	
Ra	-0,420 0,082	-0,471 0,048	-0,475 0,047	-0,483 0,042	0,540 0,021

Cell Contents: Pearson correlation
P-Value

Figura 1 – EQMM: estrutura de correlação entre as respostas do caso AISI 52100

Por esta análise, observa-se a forte correlação existente entre T e as respostas C_t , T_t , K_p e MRR ; entre C_t e as respostas T_t , K_p e MRR ; entre T_t e as respostas K_p e MRR ; e entre K_p e a resposta MRR . Também se verificou haver correlação moderada entre a C_t e a resposta R_a ; entre T_t e a resposta R_a ; entre K_p e a resposta R_a ; e entre MRR e a resposta R_a . Comprovada a existência da estrutura de correlação entre as respostas, foi realizada uma análise de componentes principais, para verificar o número de componentes principais a serem utilizados no modelo, obtendo-se como resultado os dados demonstrados pela Figura 2.

Principal Component Analysis: T; Ct; Tt; Kp; MRR; Ra						
Eigenanalysis of the Correlation Matrix						
Eigenvalue	4,8965	0,7201	0,2669	0,1159	0,0006	0,0000
Proportion	0,816	0,120	0,044	0,019	0,000	0,000
Cumulative	0,816	0,936	0,981	1,000	1,000	1,000
Variable	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6
T	0,403	-0,180	-0,806	0,234	0,317	-0,015
Ct	0,445	-0,160	-0,028	-0,284	-0,548	-0,627
Tt	0,446	-0,154	0,032	-0,295	-0,319	0,767
Kp	0,436	-0,107	0,419	-0,344	0,697	-0,135
MRR	-0,424	-0,018	-0,400	-0,805	0,105	-0,007
Ra	-0,265	-0,952	0,112	0,106	0,003	0,000

Figura 2 – EQMM: análise de componentes principais para o caso AISI 52100

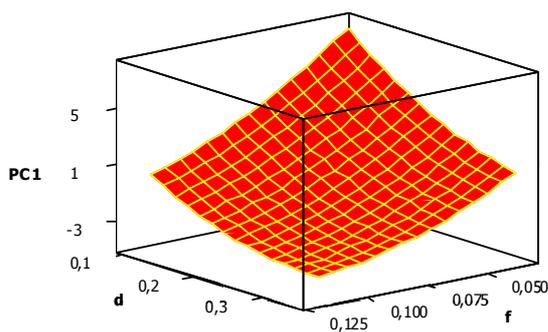
Pela análise de componentes principais, pode-se observar que o primeiro e o segundo componentes conseguem explicar, conjuntamente, 93,6% da variância acumulada. Dessa forma, o processo de otimização sobre superfície de resposta formada pelas seis respostas pode ser reduzido a dois componentes principais. Realizando-se uma análise de correlação entre os dois primeiros componentes principais e R_a , verificou-se que a rugosidade é melhor representada por PC_2 do que por PC_1 . Isto é bastante importante, uma vez que o autovalor de PC_2 é menor do que um, ou seja, adotando-se apenas PC_1 para representar as seis respostas, a função objetivo poderia ser tendenciosa, não atribuindo à rugosidade a sua devida importância na composição da função objetivo. Conseqüentemente, o ótimo obtido pela função singular poderia não atender à restrição de rugosidade.

		PC_1	R_a
PC_2	Pearson	0,001	-0,808
	P-Value	0,998	0,000
PC_1	Pearson	-	-0,585
	P-Value	-	0,011

Tabela 6 – AISI 52100: análise de correlação entre PC_1 , PC_2 e R_a

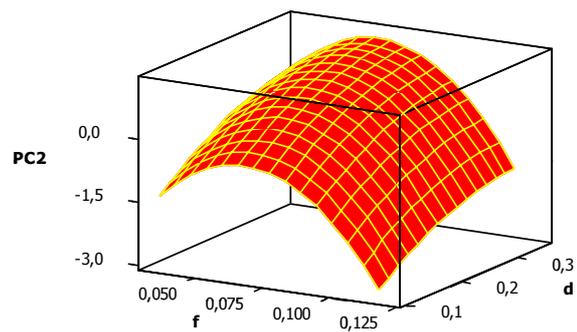
5. Implementação e análise de resultados

Usando um CCD com quatro pontos centrais, dois blocos e $\rho = 1.633$, os dados das seis características em estudo foram coletados e sua estrutura de dependência foi avaliada. Como resultado dessa análise, constatou-se que os dados coletados suportariam a fatorização multivariada. Após determinados os escores dos componentes principais, PC_1 e PC_2 foram também ajustados por meio do algoritmo dos mínimos quadrados ordinários. As Figuras 3 e 4 representam suas superfícies ajustadas em termos dos parâmetros de corte.



$V = 218$ m/min

Figura 3 – Experimentos de confirmação:
Superfície de Resposta para PC_1



$V = 218$ m/min

Figura 4 – Experimentos de confirmação:
Superfície de Resposta para PC_2

A Tabela 7 apresenta os modelos quadráticos completos para cada resposta e sua respectiva significância.

Termo	PC_1	PC_2	T	C_t	T_t	K_p	MRR	R_a
-------	--------	--------	-----	-------	-------	-------	-------	-------

b_0	-0,4758⁽¹⁾	0,672	7,9680	3,1160	4,1800	10,6220	3,7130	0,3560
V	-0,4569	0,019	-1,2510	-0,3320	-0,3180	-0,2380	0,3380	0,0160
f	-1,8452	-0,465	-2,3410	-1,3830	-1,4360	-2,5840	1,2380	0,1360
d	-1,5328	0,454	-1,6390	-1,3830	-1,4550	-2,8610	1,2380	-0,0080
V^2	-0,0430	-0,154	0,2340	-0,0060	-0,0230	-0,1960	0,0000	0,0230
f^2	0,3113	-0,626	1,5470	0,4570	0,4330	0,2970	0,0000	0,0700
d^2	0,3732	-0,127	0,4220	0,4570	0,4700	0,8220	0,0000	0,0000
Vf	0,1413	0,116	0,7500	0,1210	0,0960	-0,1650	0,1130	-0,0260
Vd	-0,0288	-0,361	0,0750	0,1210	0,1260	0,2180	0,1130	0,0500
fd	0,2788	-0,016	0,6750	0,4390	0,4390	0,5450	0,4130	-0,0180
R^2 adj.	99,20%	85,00%	85,00%	99,10%	99,30%	97,20%	99,90%	89,10%

⁽¹⁾ – Os valores em negrito representam os termos significativos individuais (P -value < 5%).

Tabela 7 – Modelo quadrático completo para cada resposta

As Tabelas 8 e 9 apresentam a análise de variância (ANOVA) para os modelos quadráticos completos de PC_1 e PC_2 . Os modelos quadráticos completos foram usados para todas as respostas, pelo fato de não se detectar falta de ajustes nos modelos. A análise foi executada utilizando unidades codificadas para eliminar quaisquer resultados estatísticos inapropriados, devido à possível existência de escalas diferentes de medição para os fatores. Unidades não codificadas frequentemente conduzem para co-linearidade entre os termos no modelo, os quais aumentam a variabilidade nos coeficientes estimados e criam dificuldades de interpretação. Um R^2 elevado sugere uma adequada explicação do modelo adotado. A fim de se conter o aumento do erro e considerando o princípio da hierarquia e a significância individual de cada termo, um modelo completo de segunda ordem foi adotado para cada resposta. Os modelos utilizados, bem como os autovalores dos ACP's foram gerados a partir do software Minitab 14®.

A Figura 2 demonstra que o primeiro componente principal representa 81,6% da variação nas respostas, o qual consegue explicar suficientemente a variância-covariância acumulada. Isto implica que a superfície de resposta ajustada de PC_1 é uma excelente opção para representação de uma função multiobjetivo. Além do mais, os autovetores demonstram que existe uma forte correlação positiva entre PC_1 e as respostas originais. Este tipo de relacionamento indica que a minimização de EQMM1 (construído apenas com PC_1) conduz para uma normalização global, ou seja, todas as respostas são capazes de atingir seus respectivos alvos.

Fonte	DF	SS	MS	F₀	p_f
Regressão	9	82,912	9,212	234,62	0,000
Linear	3	79,511	26,503	674,97	0,000
Quadrado	3	2,614	0,871	22,19	0,000
Interação	3	0,788	0,263	6,69	0,014
Erro Residual	8	0,3141	0,039		
Falta de ajuste	5	0,266	0,0533	3,35	0,174
Erro Puro	3	0,0477	0,0159		
Total	17	83,226			

Tabela 8 – Experimento de confirmação:
ANOVA para 1°. componente principal
PC₁

Fonte	DF	SS	MS	F₀	p_f
Regressão	9	11,356	1,262	11,9	0,001
Linear	3	5,615	1,872	17,33	0,001
Quadrado	3	4,592	1,530	14,17	0,001
Interação	3	1,149	0,383	3,55	0,067
Erro Residual	8	0,864	0,108		
Falta de ajuste	5	0,556	0,111	1,08	0,506
Erro Puro	3	0,308	0,103		
Total	17	12,220			

Tabela 9 – Experimento de confirmação:
ANOVA para 2°. componente principal
PC₂

Embora exista uma notável explicação observada no primeiro componente principal, uma pobre correlação entre PC_1 e a rugosidade e uma forte e negativa correlação entre PC_2 e R_a podem ser observadas. Esses relacionamentos podem sugerir que PC_2 devem também ser analisados. Assim sendo, a escolha de dois componentes principais pode ser responsável pela explicação de 93,6% da estrutura de variação das seis respostas em estudo. Neste caso ($k = 2$ – dois componentes principais significativos), a média geométrica utilizada pelo método EQMM poderá tornar-se uma raiz quadrada.

Para o caso NTB do AISI 52100, a distância entre as respostas ajustadas e seus respectivos valores alvo será minimizada, enquanto a influência da estrutura de variância-covariância será considerada nos cálculos. Adotando-se esses aspectos e o critério de minimização, um sistema de otimização não-linear pode ser escrito em termos do erro quadrático médio multivariado usando-se, adicionalmente, uma restrição esférica para os níveis dos fatores. Esta restrição ($\rho^2 = 2,667$) forçará a solução a cair dentro da região experimental. Reunindo as informações prévias num sistema de otimização compreensivo, é possível escrever as seguintes expressões:

$$\text{Minimizar } EQMM_T = \sqrt{\left[(PC_1 - \zeta_{PC_1})^2 + \lambda_1 \right] \cdot \left[(PC_2 - \zeta_{PC_2})^2 + \lambda_2 \right]} \quad (14)$$

$$\text{Sujeito a: } \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2 = V^2 + f^2 + d^2 \quad (15)$$

Uma planilha do Microsoft Excel® foi construída para resolver o sistema de otimização não linear descrito anteriormente, através do algoritmo GRG, presente na rotina do Solver®. Depois de configurado o problema, os parâmetros dos Solver® foram fixados, considerando uma precisão de 10^{-6} , com interações, estimativa quadrática, derivada adiante e método de Newton como linha de procura. A Tabela 10 demonstra os resultados obtidos utilizando a abordagem EQMM.

A solução obtida com o método EQMM, após doze interações no GRG-Solver® foi $V=217,7$ m/min, $f=0,086$ mm/volta e $d=0,3424$ mm a qual é compatível com os alvos estabelecidos. Quatro rodadas de confirmação foram executadas utilizando-se as arestas de cortes disponíveis. Ao final do processo de torneamento, obtêm-se uma peça dentro dos padrões estabelecidos e com rugosidade final compatível com os níveis obtidos em operações de acabamento, tais como a operação de retificação ($R_a = 0,4 \mu\text{m}$).

	T	C_t	T_t	K_p	MRR	R_a	V	f	d
	min	min	min	\$/peça	cm ³ /s	μm	m/min	mm/rev	mm
EQMM	6,270	1,860	2,810	7,430	6,430	0,400	217,736	0,0863	0,3424
Limite superior	7,000	2,000	3,000	8,000	7,000	0,410	252,660	0,1158	0,3475
Alvo	6,500	1,600	2,600	7,300	6,300	0,400	220,000	0,0750	0,2250
Limite inferior	6,000	1,500	2,500	7,000	6,000	0,390	187,340	0,0342	0,1025

Tabela 10 – Resultados obtidos pelo método EQMM

Como pode ser visto na Tabela 11, os erros entre os valores reais e previstos para as seis respostas são consideravelmente pequenos.

Resposta	Arestas de corte				Média	EQMM (Previsão)	Erro %
	1ª.	2ª.	3ª.	4ª.			
T	6,300	6,400	6,160	5,800	6,165	6,270	1,7%
C_t	1,756	1,756	1,756	1,756	1,756	1,860	5,6%

T_t	2,693	2,689	2,700	2,718	2,700	2,810	3,9%
K_p	7,131	7,070	7,220	7,468	7,222	7,430	2,8%
MRR	6,374	6,374	6,374	6,374	6,374	6,430	0,9%
R_a	0,435	0,430	0,430	0,420	0,429	0,400	-7,2%

Tabela 11 – Rodadas de confirmação

Pelos resultados apurados, pode-se dizer que a abordagem EQMM produz uma solução próxima dos valores alvo estabelecidos, levando em consideração a influência da correlação existente entre as respostas, a qual não é considerada pelos métodos tradicionais.

Como os resultados são compatíveis com os valores esperados e a teoria de torneamento de aços endurecidos, o erro quadrático médio multivariado pode ser considerado adequado para melhoria de processos de usinagem, principalmente quando um grande conjunto de respostas correlacionadas é empregado num contexto de NTB. Embora o primeiro componente principal tenha se mostrado suficiente para representar um adequado conjunto para otimização, a proposital inclusão do segundo componente principal permitiu uma adequada representação de R_a . Testes de hipótese multivariados (Paiva, 2006) podem ser usados para confirmar a possibilidade de inclusão de componentes menores.

6. Conclusão

Como pôde ser observado pelo processo de soldagem estudado, o EQMM, utilizado como critério de otimização, permitiu que se chegasse a valores próximos dos valores alvo, mantendo-se dentro das especificações. Sua aplicação em problemas de otimização de múltiplas características se mostrou, portanto, eficaz, demonstrando ser uma abordagem adequada e possível de otimização para problemas de múltiplos duais.

7. Referências Bibliográficas

- CAUCHICK-MIGUEL, P. A., COPPINI, N. L.** *Cost per piece determination in machining process: an alternative approach.* International Journal of Machine Tools and Manufacture, 36 (8), pp. 939-946, 1996.
- HOTELLING, H.** *Analysis of a complex of statistical variables into principal components.* Journal of Educational Psychology, v. 24, pp. 417-441, 1933.
- JOHNSON, R. A., WICHERN, D. W.** *Applied multivariate statistical analysis,* New Jersey: Prentice-Hall Inc., 5 ed., 797p., 2002.
- KÖKSALAN, M., PLANTE, R. D.** *Interactive multicriteria optimization for multiple-response product and process design.* Manufacturing & Service Operation Management, v. 5, n. 4, p. 334-347, 2003.
- KÖKSOY, O.** *A nonlinear programming solution to robust multiresponse quality problem.* Appl. Math. Comput., v. 6, n. 23, 2007.
- KÖKSOY, O., YALCINOZ, T.** *Mean square error criteria to multiresponse process optimization by a new genetic algorithm.* Appl. Math. Comput., n. 175, p. 1657-1674, 2006.
- LIN, D. K. J., TU, W.** *Dual response surface optimization.* Journal of Quality Technology 27:34-39, 1995.

MONTGOMERY, D. C. *Design and Analysis of Experiments*. Fourth ed., Wiley, New York, 2001.

PAIVA, A. P. *Metodologia de Superfície de Resposta e Análise de Componentes Principais em otimização de processos de manufatura com múltiplas respostas correlacionadas*. Tese de Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UNIFEI, Itajubá, 2006.

PAIVA, A. P., FERREIRA, J. R., BALESTRASSI, P. P. *A multivariate hybrid approach applied to AISI 52100 hardened steel turning optimization*. *Journal of Material Processing Technology*, n. 189, pp. 26-35, 2007.

PAIVA, E. J. *Otimização de processo de manufatura de múltiplas respostas baseada em índices de capacidade*. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UNIFEI, Itajubá, MG, 2008.

PLANTE, R. D. *Process capability: a criterion for optimizing multiple response product and process design*. *IIE Transactions*, v. 33, n. 5, p. 497-509, 2001.

RENCHER, A.C. *Methods of Multivariate Analysis*. John Wiley and Sons, 2 ed., 740p., 2002.

VINING, G. G., MYERS, R. H. *Combining Taguchi and response surface philosophies: a dual response approach*. *Journal of Quality Technology* 22:38-45, 1990.